

Weltbilder von Ptolemäus bis Newton

Das Sonnensystem und seine nächsten Verwandten für
Nicht-Physiker

Markus Pössel

Haus der Astronomie / Max-Planck-Institut für Astronomie

23.10.2018

Der Anblick des Himmels



Der Anblick des Himmels



Bild: John Colosimo (colosimophotography.com)/ESO

Himmelsbewegungen dokumentieren/vorhersagen



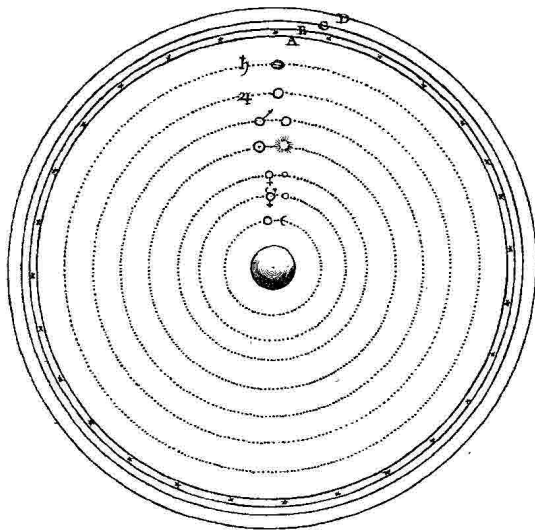
Bild: Stonehenge, Salisbury, von Nutzer Operarius via Wikimedia Commons unter Lizenz CC BY 3.0

Änderung und Konstanz: Fixsterne



Bild: ESO/A. Santerne

Ptolemäisches Weltsystem



Epizykel

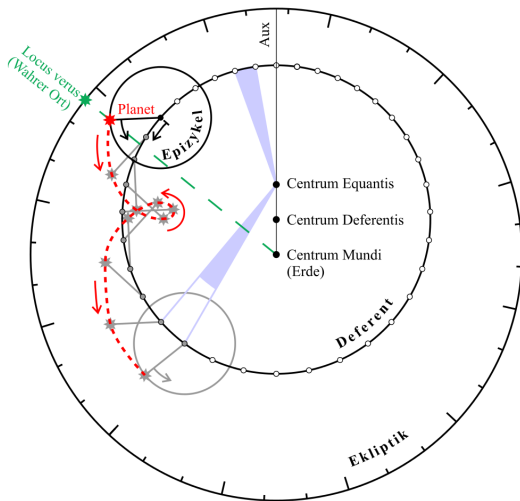


Diagramm: Ptolemäischer Epizykel und Deferent unter Berücksichtigung der drei Zentren.
Nutzer Joerg-ks via Wikimedia Commons unter Lizenz CC BY-SA 4.0

Kopernikanisches Weltbild



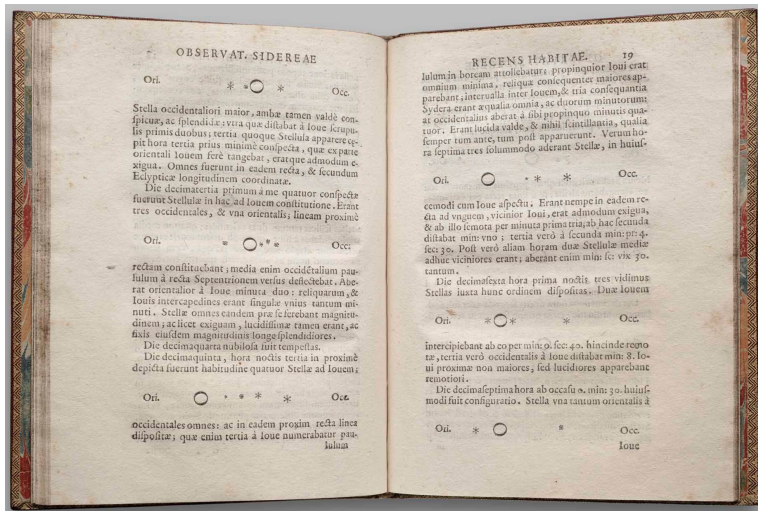
De revolutionibus orbium
 coelestium (1543)

Quantitative Vermessung: Positionsastronomie



Mauerquadrant von Tycho Brahe, wahrscheinlich aus *Astronomiae instauratae mechanica* (1598), später koloriert, Genauigkeit $< 1'$

Galileis Beobachtungen



Sidereus Nuncius (1610)

Kopernikanisches Weltsystem II

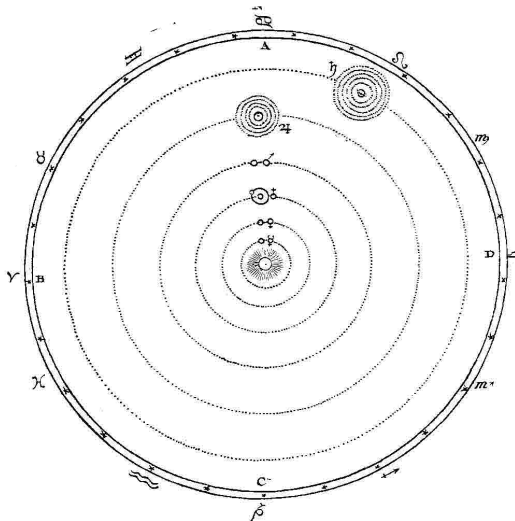
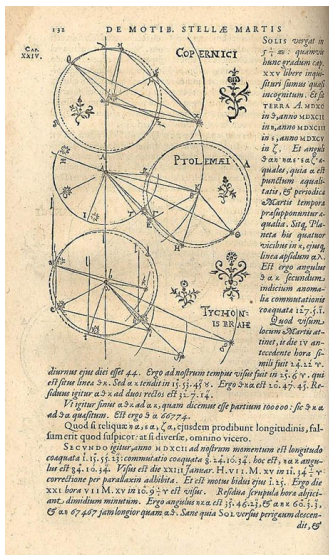


Abb. aus: Diderot/D'Alembert, Encyclopédie

Quantitatives Modell: Kepler



Erstes Keplersches Gesetz: Planeten auf Ellipsen, Sonne im Brennpunkt
Astronomia Nova (Heidelberg 1609)

Zweites Keplersches Gesetz: Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen
Astronomia Nova (Heidelberg 1609)

Drittes Keplersches Gesetz: für Umlaufzeit T und große Halbachse a gilt $T^2 \sim a^3$
Harmonice Mundi 1619

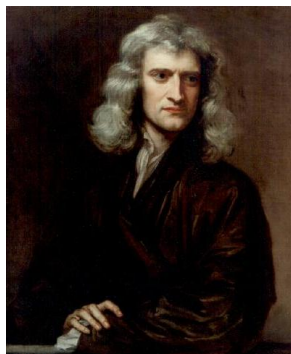
Die Newtonsche Revolution

Mechanik als allgemeine
Lehre von den Bewegungen.

Gravitation als Kraft.

Irdisches und Himmlisches nicht getrennt:
Apfel ~ Mond

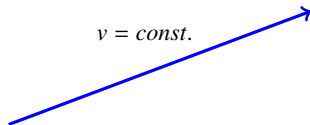
Neues Modell für die Natur:
Differenzialgleichungen (= Naturgesetze
bestimmen Änderungsraten) plus
Anfangsbedingungen



Isaac Newton (1642-1727)
by Sir Godfrey Kneller
via Wikimedia Commons

Newtonsche Mechanik

Natürlicher (=freier) Bewegungszustand: Geradlinige, gleichförmige Bewegung (Obacht: in geeignetem Bezugssystem)



Abweichungen von der freien Bewegung entsteht durch Einfluss von Kräften,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

mit \vec{a} der Beschleunigung (also Änderung des Geschwindigkeitsbetrags ebenso wie der Richtung der Geschwindigkeit)

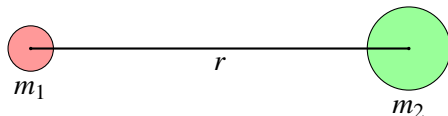
Newtonsche Gravitation

Newtons Gesetz für die Schwerkraft (Gravitation):
Zwei Punktmassen m_1 , m_2 im Abstand r voneinander
ziehen sich an mit einer Kraft der Stärke

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

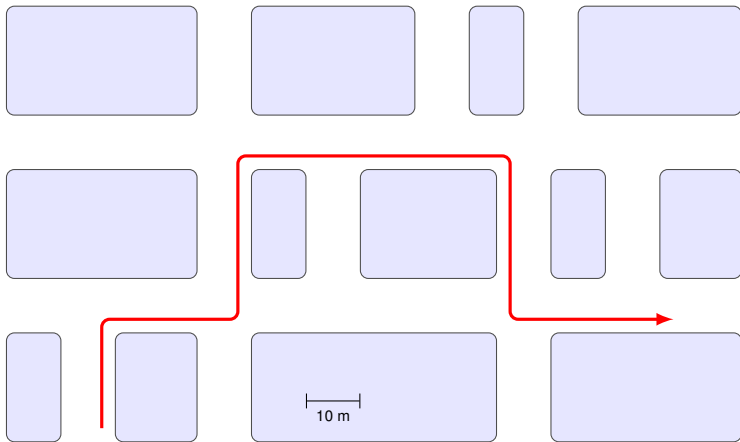
G ist die Newtonsche Gravitationskonstante,

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2).$$



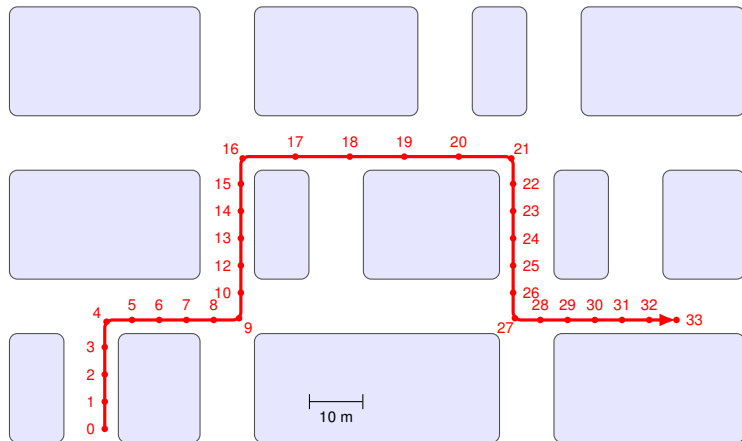
Arten von Gesetzen

Beispiel: Fahrendes Auto, das eine bestimmte Strecke abfährt.
Wie kann man das beschreiben/vorschreiben?



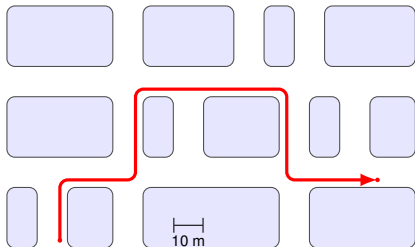
Arten von Gesetzen: Ortsgesetz

Ein **Ortsgesetz** (kein Fachbegriff!) schreibt vor, wo ein Objekt zu einer bestimmten Zeit zu sein hat.



Arten von Gesetzen: Geschwindigkeitsgesetz

Ein **Geschwindigkeitsgesetz** (kein Fachbegriff!) schreibt vor, wann sich ein Objekt wie schnell in eine bestimmte Richtung bewegt.



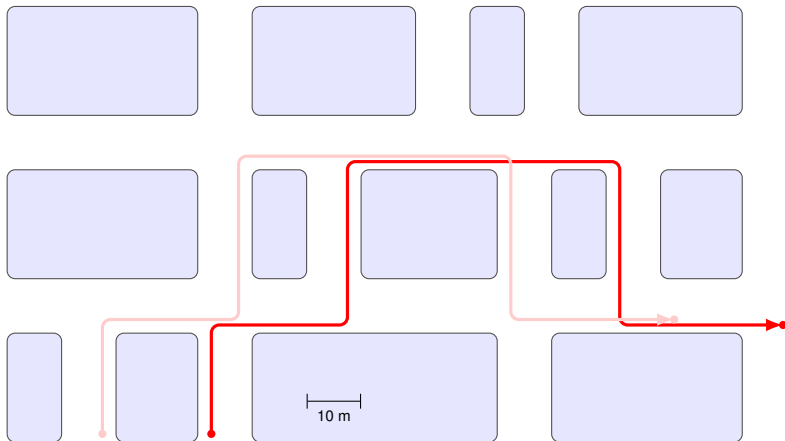
Zeit	Richtung	Geschwindigkeit
0–4 s	N	5 m/s
4–9 s	O	5 m/s
9–16 s	N	5 m/s
16–21 s	O	10 m/s
21–27 s	S	5 m/s
27–33 s	O	5 m/s

Vorgegebener
Geschwindigkeitsverlauf plus
Angabe des Anfangsortes
bestimmen die Bahn ebenfalls!

Arten von Gesetzen: Geschwindigkeitsgesetz

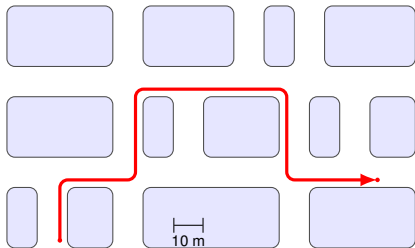
Geschwindigkeitsgesetz:

Erst Angabe des Anfangsorts legt den Verlauf fest.



Arten von Gesetzen: Beschleunigungsgesetz

Ein **Beschleunigungsgesetz** (kein Fachbegriff!) schreibt vor, wie ein Objekt beschleunigt: schneller werden, abbremsen, Richtungsänderungen.



Beim Auto:

Vorgabe, wie und zu welchen Zeitpunkten Steuerrad, Gaspedal, Bremspedal betätigt werden

Vorgegebener Beschleunigungsverlauf plus Anfangsgeschwindigkeit plus Anfangsort bestimmen die Bahn!

Mathematische Fachbegriffe für Gesetze

Hier	Fachbegriff	Bahn eindeutig beschrieben. . .
Ortsgesetz	[Gleichung]	. . . durch Gesetz
Geschwindigkeitsgl.	Differentialgleichung 1. Ordnung	. . . durch Gesetz & Anfangsort
Beschleunigungsgl.	Differentialgleichung 2. Ordnung	. . . durch Gesetz, Anfangsort, Anfangsgeschwindigkeit

Allgemeines Phänomen: Verlauf wird bestimmt durch
Gesetz und **Anfangsbedingungen**

Mathematische Fachbegriffe für Gesetze

Allgemeines Muster in der Physik: Gesetze sind **Differentialgleichungen 2. Ordnung** (für Beschleunigungen).
Gesetz und Anfangsbedingungen bestimmt Verlauf.

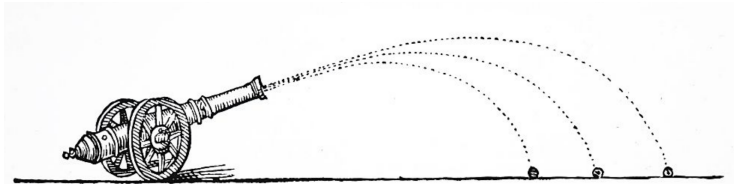
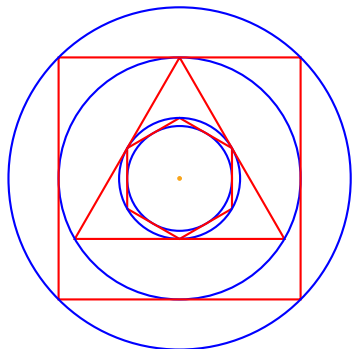


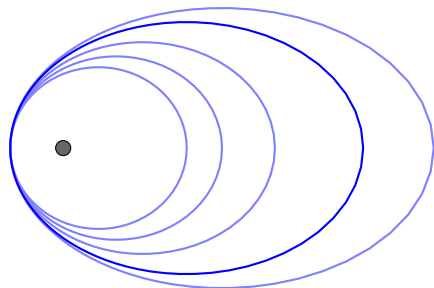
Bild:

Robert Fludd, *Utriusque cosmi maioris scilicet...* (1617)

Anfangsbedingungen: Kepler vs. Newton



Kepler, *Mysterium Cosmographicum* (1596): Planetenabstände aus Geometrie



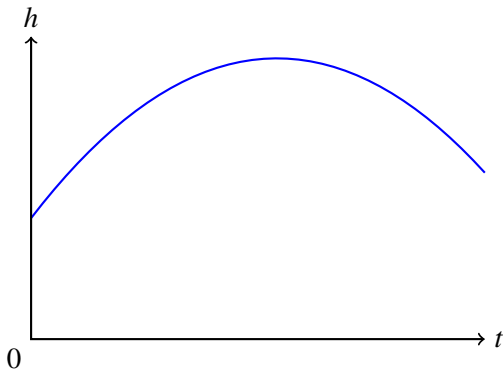
Newton: Je nach Anfangsbedingungen vieles möglich!

Entstehungsgeschichte wird wichtig.

Anfangsbedingungen: Spielzeugmodell

Kurve $h = h(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ (quadratische Kurve).

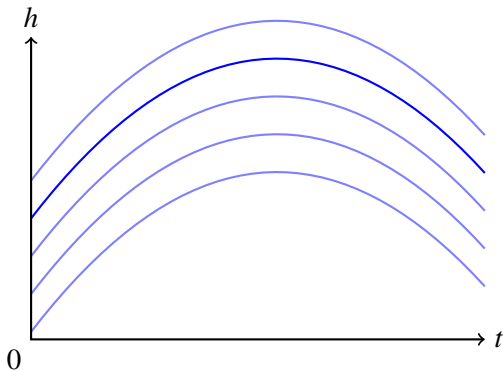
Restriktivste Möglichkeit: Ganze Kurve fest vorgegeben (a, v_0, h_0 vorgegeben):



Anfangsbedingungen: Spielzeugmodell

Kurve $h = h(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ (quadratische Kurve).

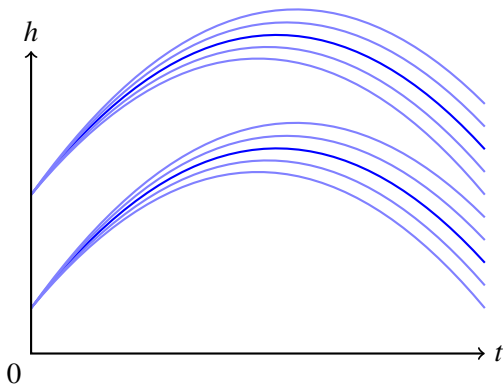
Alle Änderungsraten vorgeben (a, v_0 fest):



Anfangsbedingungen: Spielzeugmodell

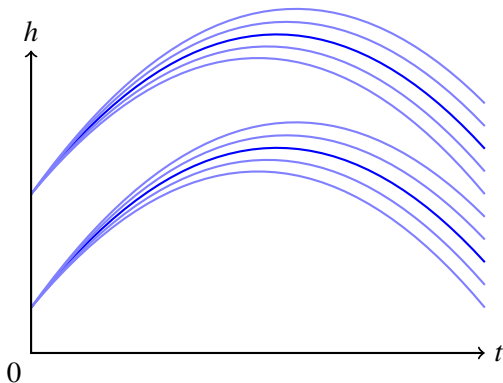
Kurve $h = h(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$ (quadratische Kurve).

Nur zweite Ableitung vorgegeben (a fest):



Anfangsbedingungen: Natur manipulieren

Kurve $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ für
den freien Fall nahe der Erdoberfläche
(mit $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ der Gravitationsbeschleunigung):



Anfangsbedingungen und Naturgesetze

Erst die Freiheit, Anfangsbedingungen zu setzen, macht die Naturgesetze zu allgemein anwendbaren Gesetzen, die (viele!) Spezialfälle beschreiben!

Differenzialgleichungen zweiter Ordnung (Beschleunigungen vorgegeben) sind in der Physik die Norm.

Physik von Feldern (Gravitationsfeld etc.): außer den Zeitableitungen spielen auch räumliche Ableitungen (wie ändert sich eine Eigenschaft von Ort zu Ort?) eine Rolle.

Anthropisches Prinzip

Anfangsbedingungen lassen Freiheiten: Wie hoch war die Wahrscheinlichkeit, dass sich unser Heimatplanet nicht in seinem jetzigen Abstand von der Sonne eingefunden hat, sondern deutlich weiter weg? (Schlüsselwort: Heimatplanet!)

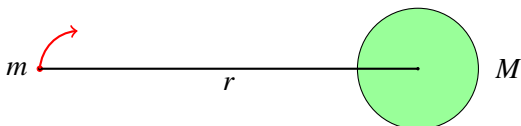
Gleicher Denkfehler: Was für ein glücklicher Zufall, dass Leben gerade hier auf der angenehm temperierten Erde entstanden ist, nicht auf dem kalten Mars oder der extrem heißen Venus!

Vielfalt von möglichen Systemen eröffnet die Möglichkeit von anthropischen Argumenten, z.B. für unseren Planeten in einem stabilen System in der habitablen Zone – an dieser Stelle werden wir Bewohner doch wieder wichtig!

Newtonsche Gravitation

Häufige Situation: $m = m_2 = M \gg m_1$.

Punktmasse m als „Testteilchen“, mit dessen Hilfe man das *Gravitationsfeld* (\sim Einfluss auf alle denkbaren Testteilchen) eines größeren Körpers der Masse M kartiert.

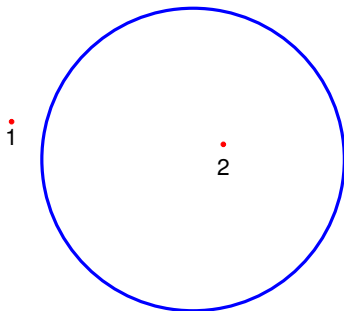


Beispiele: Gravitationsbewegung/-statik

- im Schwerfeld der Erde (irdische Körper)
- im Schwerfeld der Sonne (Planeten, Kometen)

Newtonsche Gravitation

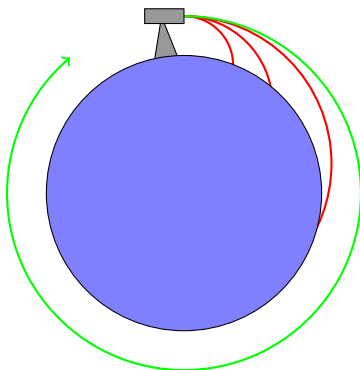
Allgemeine Rechnung zur Gravitationskraft einer Kugelschale
(Beiträge aufsummieren):



Kraft der hohlkugelförmigen Masseverteilung (blau) auf
Testteilchen innerhalb (z.B. 2): Null! ... auf Testteilchen außerhalb:
als sei die Gesamtmasse im Zentrum der Kugel konzentriert.

Newtonsche Gravitation

Vereinigung irdisches und himmlisches: Kanonenkuglexperiment

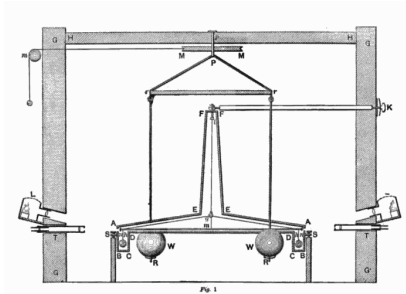


Bei Vernachlässigung von Reibung:
Fallkurven (Kanonenkugel) und Umlaufbahnen
gehen direkt ineinander über!

Newtonsche Gravitation

Die Erde wiegen: Cavendish-Experiment, Schwerebeschleunigung
Erdoberfläche ist

$$g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$$



H. Cavendish 1798, „Experiments to determine the Density of the Earth“

⇒ Bestimmung von G und damit der Erdmasse

Newtonsche Gravitation und Kepler

108 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

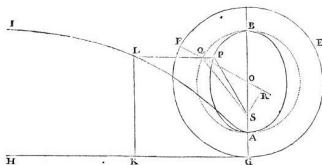
DE MOTU
CORPORUM

rum puncta omnia per longitudines æquationibus definitas, id est, per longitudinum rationes complicatas, determinari possunt; cæterasque (ut spirales, quadratrices, trochoides) geometricè irracionales. Nam longitudines quæ sunt vel non sunt ut numerus ad numerum (quemadmodum in decimo elementorum) sunt arithmetice rationales vel irracionales. Aream igitur ellipsee temporì proportionalem abscindo per curvam geometricè irracionalem ut sequitur.

PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA XXIII.

Corporis in data trajectory elliptica moti invenire locum ad tempus assignatum.

Ellipseos APB sit A vertex principalis, S umbilicus, & O centrum, sitque P corporis locus inveniendus. Produc OA ad G , ut sit OG ad OA ut OA ad OS . Erige perpendiculum GH , centroque O & intervallo OG describe circulum GEF , & super regula GH , ceu fundo, progrediatur rota GEF revolendo circa axem suum, & interea puncto suo A describendo trochoidem ALI . Quo facto, cape GK in ratione ad rotæ perimetrum $GEFG$, ut



est tempus, quo corpus progrediendo ab A descripsit arcum AP , ad tempus revolutionis unius in ellipfi. Erigatur perpendiculum KL occurrens trochoidi in L , & acta LP ipsi KG parallela occurret ellipfi in corporis loco quæsitò P .

Nam

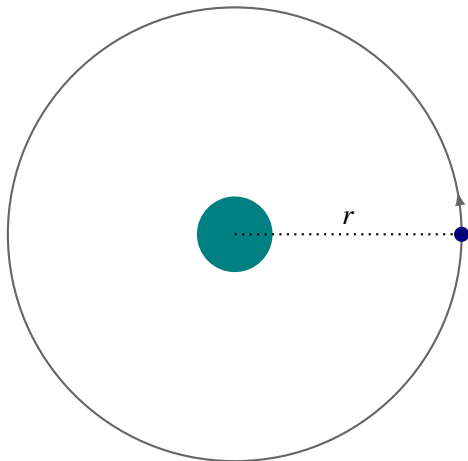
Newton (*Principia*, 1687) kann die Kepler'schen Gesetze ableiten – und im 3. Gesetz die Konstante bestimmen:

$$T^2 = r^3 \frac{4\pi^2}{GM}$$

(Daraus auch Sonnenmasse!)

Newtonsche Gravitation und Kepler

Einfacher Spezialfall: Kreisbahn



Umlaufzeit T , Bahnradius r :

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{Zentrifugalkraft : } F_z = \frac{mv^2}{r}$$

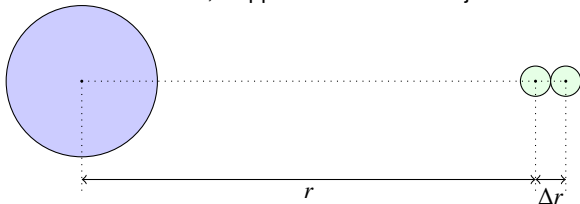
$$\text{Gravitationskraft : } F_G = \frac{GmM}{r^2}$$

Gleichsetzen:

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} \cdot T^2.$$

Newtonsche Gravitation und Stabilität

Planet mit Masse M , Doppelmond mit Masse je m :



Auf Umlaufbahn, Zentrifugalkraft und Gravitationskraft bei $r + 1/2 \cdot \Delta r$ halten sich gerade die Waage. Kraftunterschied für die beiden grünen Kugeln:

$$\Delta F_G = \frac{GMm}{r^2} \left[1 - \frac{1}{(1 + \Delta r/r)^2} \right] \approx GMm \frac{2\Delta r}{r^3}.$$

Kraft zwischen den grünen Kugeln:

$$F_K = \frac{Gm^2}{(\Delta r)^2}.$$

Newtonsche Gravitation

Physikalische Grundlage für vieles, was wir im kommenden berechnen: Bahnen, Stabilität, . . .