Arbeitsblätter:

Die Bahnen der ISS und anderer Satelliten

Markus Nielbock

22. Januar 2019

Abbildung 1: Die ISS im Jahre 2011 (Bild: NASA).

Einleitung

In dieser Übung wirst du dich der Frage widmen, was die Internationale Raumstation (International Space Station, ISS) auf ihrer Bahn hält. Indem du die auf die ISS wirkenden Kräfte identifizierst, wirst du die Höhe, die Geschwindigkeit und die Umlaufdauer der ISS um die Erde berechnen. Schließlich schauen wir uns noch eine besondere Gruppe von Satelliten an, die sich auf dem sogenannten geostationären Orbit befinden. Du wirst erkunden, was an dieser Bahn so besonders ist und berechnen, wo sie sich befindet.

Materialien

- Arbeitsblätter
- Stift
- Taschenrechner
- Lineal
- Papier
- Smartphone oder Computer mit Internetverbindung für Videos und Recherchen (optional)

Dauer

180 Minuten

Aktivität: Die ISS und andere Satelliten im Orbit um die Erde

Vorbereitung

Zur Einstimmung kannst du dir zwei Videos ansehen. Sie zeigen Aufnahmen der Erde, während die ISS um sie herum fliegt.

4K Video from the ISS, April 2016 (Dauer: 1:06 min und 1:37 min)
https://svs.gsfc.nasa.gov/30771

Versuche, mit deinem bisherigen Wissen die folgenden Fragen zu beantworten. Im Laufe der Übung werden wir versuchen, Antworten auf weitere Fragen im Zusammenhang mit der Umlaufbahn der ISS zu finden.

- Aus welchem Grund fliegt die ISS um die Erde?
- Warum bleibt sie nicht einfach immer am selben Punkt über der Erde stehen? So wäre sie doch einfacher zu erreichen.
- Was könnte der Grund für die Geschwindigkeit sein, die die ISS zu einem bestimmten Augenblick besitzt? Wovon hängt die Wahl der Geschwindigkeit ab?

Stell dir einen Stein vor, den du senkrecht in die Luft wirfst. Was passiert mit ihm?

Wie verhält er sich bei einem waagerechten Wurf? Welchen Einfluss haben die Geschwindigkeit beim Abwurf und die Gravitation auf die Bahn des Steins? Schau dir hierzu das entsprechende Kapitel auf Seite 12 an. Einige Antworten liefern auch die folgenden Videos.

How Mass and Gravity Work in Space – Classroom Demonstration (Englisch, Dauer: 9:19 min)
https://youtu.be/Vl6Mrhgum2c

Kreisbewegung – Warum fallen Satelliten nicht zurück auf die Erde? (Dauer: 5:33 min)
https://youtu.be/yOZnTmFWwJE

Aufgaben

Die Aufgaben umfassen folgende Themen:

- Geschwindigkeit der ISS
- Umlaufdauer der ISS
- Fragen zum Verständnis von Satellitenbahnen
- geostationäre Bahn

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die Angaben in Tab. 1 hilfreich.

Tabelle 1: Wichtige physikalische Größen und ihre Werte.

Größe	Formelzeichen	Zahlenwert und Einheit
Gravitationskonstante	G	$6,67408 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$
Erdmasse	M_E	$5,9722 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$
Mittlerer Erdradius	r_E	$6,371 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$
Äquatorialer Erdradius	r_{E0}	$6,378 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$
Bürgerlicher Tag	T_b	$86400\ \mathrm{s}$
Siderischer Tag	T_s	$86164,099\ \mathrm{s}$

Der siderische Tag orientiert sich am scheinbaren Lauf der Sterne (lat. sidus) am Himmel. Die tatsächliche Position der Erde relativ zu den Sternen verändert sich dabei praktisch nicht. Daher entspricht der siderische Tag der Rotationsperiode der Erde. Der bürgerliche Tag orientiert sich am täglichen Sonnenlauf. Im zeitlichen Mittel erscheint die Sonne alle 24 Stunden wieder in derselben Richtung am Himmel. Weil die Erde neben ihrer Rotation zudem während eines Jahres ein Mal um die Sonne läuft, verschiebt sich die scheinbare Position der Sonne gegenüber den Sternen langsam. Die Erde muss daher noch ein wenig weiter rotieren, damit die Sonne wieder in derselben Richtung wie am Vortag erscheint. Daher ist der siderische Tag etwas kürzer als der bürgerliche Tag.

1. Die Bahn der ISS

Die Erde zieht alle Objekte durch ihre Gravitation an. Das gilt auch für die ISS. Wirft man einen Stein hoch, fällt er herunter. Ebenso fallen Gegenstände aus großen Höhen zu Boden. Diskutiere mit deinen Mitschülerinnen und Mitschülern, warum das mit er ISS nicht geschieht, obwohl sie doch von der Erde angezogen wird.

2. Wie hoch ist die Geschwindigkeit der ISS?

Die ISS umrundet die Erde auf einer Kreisbahn. Auf sie wirken verschiedene Kräfte ein. Dies sind insbesondere die Gravitationskraft F_g und die Zentripetalkraft F_z.

$$F_g = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \tag{1}$$

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} \tag{2}$$

Trage die auf die ISS wirkenden Kräfte in Abb. 2 ein.

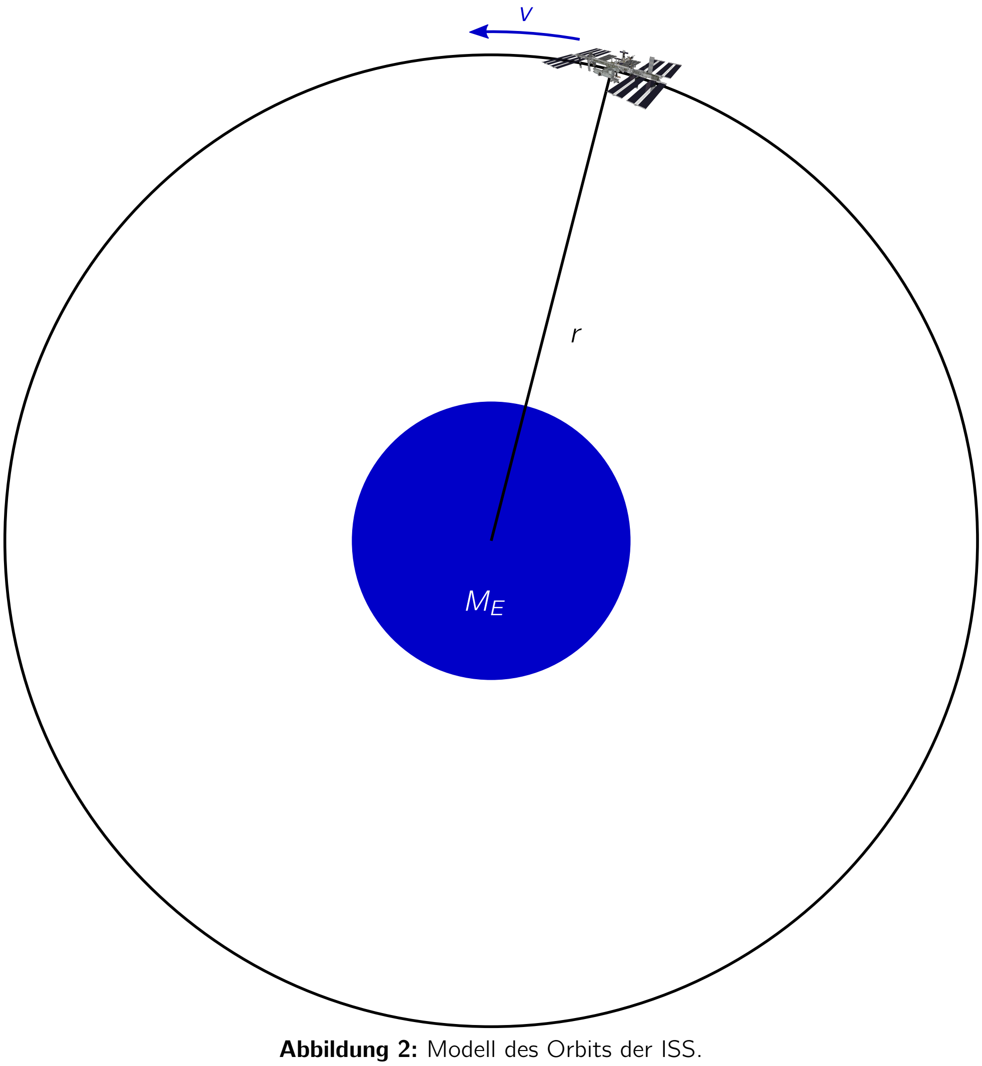

Abbildung 2: Modell des Orbits der ISS.

Betrachte die Kräfteverhältnisse, die die ISS auf einer stabilen Bahn halten. Zeige, dass mit den Gln. 1 und 2 hieraus eine Bestimmungsgleichung für die Kreisbahngeschwindigkeit folgt.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \tag{3}$$

Berechne hieraus die Bahngeschwindigkeit der ISS unter der Annahme, dass sie sich 400 km über der Erdoberfläche befindet. Beachte, dass sich Gl. 3 auf den Bahnradius bezüglich des Erdmittelpunkts bezieht. Bedenke, dass in den Gleichungen die Strecken in Metern angegeben werden müssen. Recherchiere, z B. auf https://www.dlr.de/next/, wie gut dieser Wert mit den veröffentlichten Daten übereinstimmt.

3. Wie lange braucht die ISS für eine Erdumkreisung?

Zwischen der Bahngeschwindigkeit v, und dem Bahnradius r gilt folgende Relation.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \tag{4}$$

Benutze Gl. 4, um zu berechnen, wie lange die ISS für eine Umrundung der Erde benötigt. Nimm erneut eine Bahnhöhe von 400 km an. Wie viele Umrundungen schafft die ISS am Tag?

4. Geostationäre Satelliten (Bonusaufgabe für Fortgeschrittene)

Wir haben gesehen, dass die ISS, wie viele andere Erdsatelliten, die Erde mit hoher Geschwindigkeit mehrmals am Tag umrundet. Eine besondere Gruppe von Satelliten umkreist die Erde über dem Äquator genau synchron zur Erddrehung. Dieses sind die geostationären Satelliten. Geostationär bedeutet, dass diese Satelliten relativ zu einem Beobachter auf der Erde am Himmel still zu stehen scheinen.

Recherchiere einige geostationäre Satelliten und beschreibe ihre Funktion.

Die Beziehung zwischen Umlaufzeit und Erdrotation stellt sich für einen bestimmten Bahnradius ein. Berechne den Radius, die Höhe der Bahn sowie die Geschwindigkeit von geostationären Satelliten. Beachte, dass die Rotationsdauer der Erde etwas kürzer als ein gewöhnlicher Tag ist und siderischer Tag genannt wird. Verwende dazu die Gleichungen 3 und 4, um zunächst den Bahnradius zu bestimmen.

5. Natürliche Satelliten (Bonusaufgabe für Fortgeschrittene)

Auch natürliche Satelliten wie der Erdmond gehorchen denselben Gesetzmäßigkeiten. Berechne mit der Lösung aus Aufgabe 4 die Entfernung des Mondes von der Erde. Der Mond benötigt für einen Umlauf um die Erde die Zeit (d: bürgerliche Tage):

$$T_M = 27{,}3217\,\mathrm{d} \tag{5}$$

Hintergrund

Künstliche Satelliten

Seit dem Start von Sputnik am 4. Oktober 1957 werden regelmäßig künstliche Satelliten und Sonden ins Weltall gebracht. Ihre Funktionen sind mit der Zeit immer komplexer geworden. Die Daten der Wetter- und Navigationssatelliten sind heute allgegenwärtig. Zudem helfen Erdbeobachtungssatelliten bei der Bewältigung wichtiger Aufgaben wie Katastrophenmanagement und Klimaüberwachung.

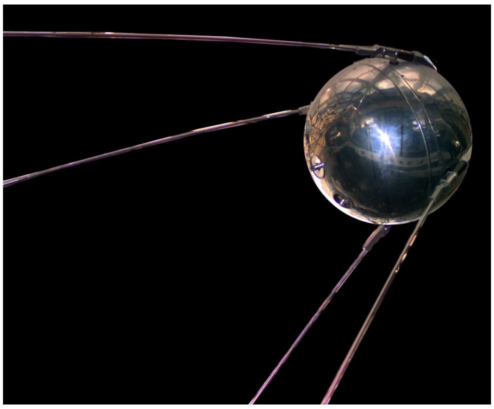

Abbildung 3: Nachbau des Sputnik 1 (NASA, https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/sputnik_asm.jpg).

Die Internationale Raumstation

Die Internationale Raumstation (Abb. 4) ist ein internationales Projekt mit derzeit 15 beteiligten Nationen. Sie dient als wissenschaftliches Forschungslabor für Fragestellungen, deren experimentelle Untersuchung durch den Einfluss der Gravitation auf der Erde erschwert wird.

Abbildung 4: Die ISS im Jahre 2011 (Bild: NASA).

Neben der Materialforschung und biologischen Studien spielt auch die Medizin eine wichtige Rolle. Der Einfluss der Mikrogravitation führt zu Symptomen, die Krankheitsbildern auf der Erde ähneln. Daher hofft man, Erkenntnisse in der kontrollierten Umgebung der Raumstation zu erlangen, die auch bei der Erforschung der Krankheiten helfen und Therapien den Weg ebnen. Ein weiterer Grund besteht darin, langfristige Missionen innerhalb des Sonnensystems vorzubereiten.

Seit 1998 wird die ISS aufgebaut und mittels einzelner Module (Abb. 5) ständig erweitert. Ihr Betrieb ist bis mindestens 2024 vorgesehen, wahrscheinlich aber sogar bis 2028 möglich. Die gesamte Struktur hat eine Masse von 420 t. Sie ist 109 m lang, 73 m breit und 45 m hoch. Auf einer Bahnhöhe von etwa 400 km benötigt die ISS für eine Erdumrundung ungefähr 92 Minuten.

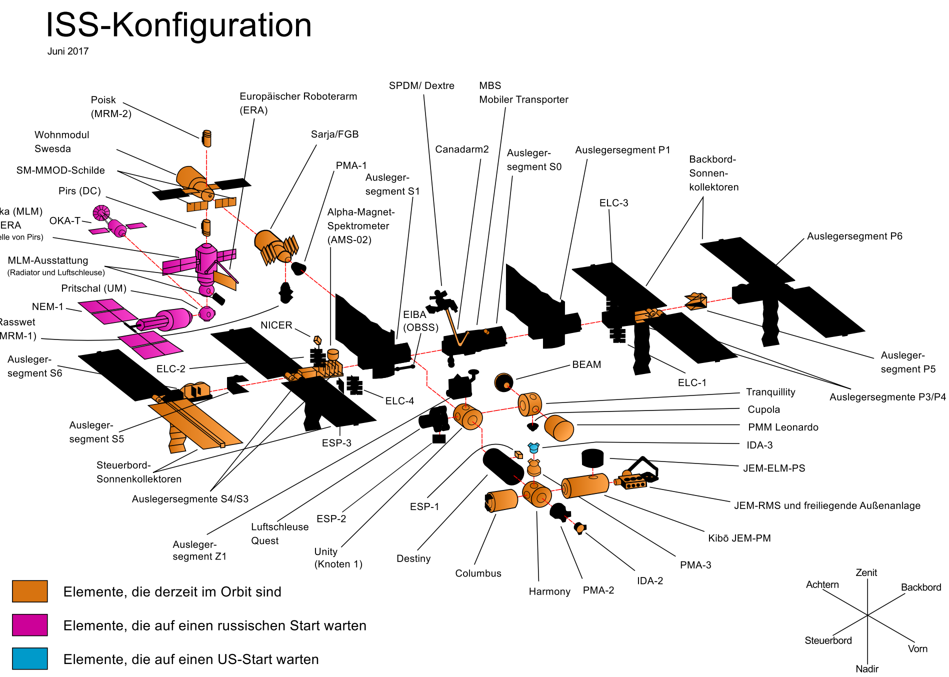

Abbildung 5: Die Module der ISS im Juni 2017 (Bild: NASA).

Satellitenbahnen

Bahnen von künstlichen Erdsatelliten werden im wesentlichen durch drei Größen bestimmt. Das sind die Höhe über der Erdoberfläche, die Inklination und die Exzentrizität. Die Inklination ist der Winkel der die Bahn gegenüber dem Erdäquator einnimmt. Die Exzentrizität gibt an, wie sehr die Bahn von einem Kreis abweicht.

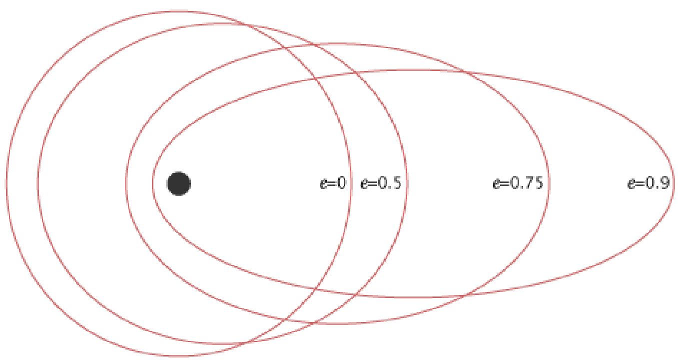

Abbildung 6: Ellipsen mit unterschiedlichen Exzentrizitäten (Bild: NASA/R. Simmon).

Alle Bahnen von Erdsatelliten sind sogenannte Ellipsen, wobei der Kreis ein Spezialfall einer Ellipse ist, deren Exzentrizität Null ist (Abb. 6). Die Bahn der ISS hat eine sehr geringe Exzentrizität, d. h.

sie ist nahezu perfekt kreisförmig. Sehr exzentrische Orbits verwendet man nur für spezielle Anwendungen. Bahnen mit großer Exzentrizität findet man jedoch oft bei Kometen. Das sind natürliche Objekte, die vom Rand des Sonnensystems in die Nähe der Sonne wandern.

Die Höhen der Orbits über dem Erdboden teilt man grob in vier Bereiche ein (Tab. 2).

Tabelle 2: Liste von Orbits nach Höhe über der Erde.

Abkürzung	Bezeichnung	Übersetzung	Höhe (km)
LEO	Low Earth Orbit	Niedriger Erdorbit	180 – 2000
MEO	Mid Earth Orbit	Mittlerer Erdorbit	2000 – 35780
GSO	Geosynchronous Orbit	Erdsynchroner Orbit	im Mittel 35786
GEO	Geostationary Orbit	Geostationärer Orbit	35786
HEO	High Earth Orbit	Hoher Erdorbit	> 35786

Dazwischen gibt es noch einige feinere Unterteilungen, wie beispielsweise der Parkorbit, auf dem sich ein Raumschiff auf dem Weg zur ISS zunächst aufhält, bevor es langsam zur Raumstation aufsteigt. Die ISS befindet sich daher mit ihrer Bahn in einer Höhe von etwa 400 km in einem LEO.

Abbildung 7: Orbit der Internationalen Raumstation über der Erde. Die Höhe des Orbits ist im selben Maßstab wie der Erddurchmesser eingezeichnet (Bild: M. Nielbock/HdA/NASA).

Um zu verstehen, wie die Bahnhöhe der ISS und ihre Bahngeschwindigkeit zusammenhängen, werden einige Grundkenntnisse der Mechanik benötigt, die nachfolgend dargestellt werden.

Himmelsmechanik

Die Himmelsmechanik beschreibt die Bewegung von Himmelskörpern – sowohl natürliche als auch künstliche – durch mathematische und physikalische Gesetze. Sie ist eine Spezialdisziplin der klassischen Mechanik. Die Bewegungen von Himmelskörpern entsprechen meistens periodischen Bahnen von Kreisen oder Ellipsen, manchmal auch Parabeln und Hyperbeln. Die häufig in der Schule genutzten kartesischen Koordinaten sind eher für geradlinige Bewegungen geeignet. Bewegungen entlang einer Kurve können in solch einem System rasch kompliziert werden. Ein Beispiel für geradlinige, gleichförmige Bewegungen wird im nachfolgenden Video gezeigt, in dem die italienische Astronautin Samantha Cristoforetti in der ISS mit einigen Bällen jongliert.

How Mass and Gravity Work in Space - Classroom Demonstration (Englisch, Dauer: 9:19 min)
https://youtu.be/Vl6Mrhgum2c

Kreisbewegungen werden in der kartesischen Darstellung wegen den auftretenden, variierenden Winkeln schnell kompliziert. Stattdessen bieten sich ebene oder sphärische Polarkoordinaten an. Hier verwendet man neben Strecken auch Winkel. So durchläuft ein Satellit während eines kompletten Umlaufs einen Winkel von 2π bzw. $360°$. Das Beispiel in Abb. 8 erläutert, wie ein Punkt sowohl in kartesischen als auch in Polarkoordinaten beschreiben werden kann. Er hat die kartesischen Koordinaten $x = 4$ und $y = 3$. Derselbe Punkt lässt sich jedoch dadurch Beschreiben, dass man seinen Abstand vom Koordinatenursprung r sowie den Winkel bezüglich einer Richtung – hier die x-Achse – angibt. Hier wird als Winkel φ angegeben. Damit ist derselbe Punkt erneut eindeutig bestimmt.

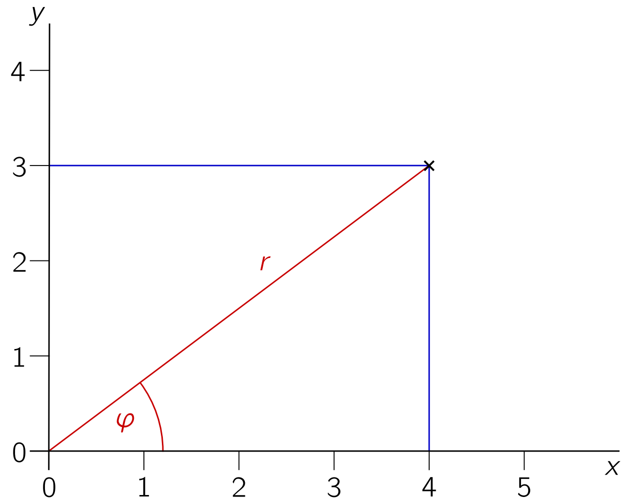

Abbildung 8: Illustration der Beziehung zwischen kartesischen Koordinaten und Polarkoordinaten. (Grafik: M. Nielbock/HdA).

Da r das Rechteck, das durch x und y erzeugt wird, in zwei rechtwinklige Dreiecke aufteilt, gilt:

$$\frac{y}{r} = \sin\varphi \tag{6}$$

$$\frac{x}{r} = \cos\varphi \tag{7}$$

$$\frac{y}{x} = \tan\varphi \tag{8}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \tag{9}$$

In diesem Beispiel mit $x = 4$ und $y = 3$ finden wir somit:

$$r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\varphi = \arctan\frac{3}{4} = 0,6435 = 36,87°$$

Rotiert der Punkt in einem Kreis um den Koordinatenursprung, bleibt r konstant, und φ definiert die Position auf der Bahn. Mit kartesischen Koordinaten sind beide Koordinaten variabel und über Winkelfunktionen miteinander verknüpft.

Zentripetalkraft

Laut erstem newtonschen Axiom behält ein Körper seinen Bewegungszustand ohne äußere Krafteinwirkung bei, d. h. sowohl seine Geschwindigkeit als auch seine Richtung. Bei einer Kreisbewegung handelt es sich um einen Vorgang, bei dem ein Objekt, z. B. ein Satellit, durch eine ständig wirkende Kraft von seiner geradlinigen Bewegung auf eine entsprechende Bahn gezwungen wird. Solch eine Kraft wird Zentripetalkraft F_z genannt. Im Falle von Satelliten ist das die Gravitationskraft F_g. Sie wirkt senkrecht zur Bewegungs- bzw. Geschwindigkeitsrichtung und übt eine Beschleunigung auf den Satelliten aus.

$$F_g = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \tag{10}$$

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} \tag{11}$$

Dabei wird allerdings nicht der Betrag seiner Geschwindigkeit verändert, sondern lediglich seine Richtung. Allerdings ist auch das eine Geschwindigkeitsänderung und somit eine Beschleunigung.

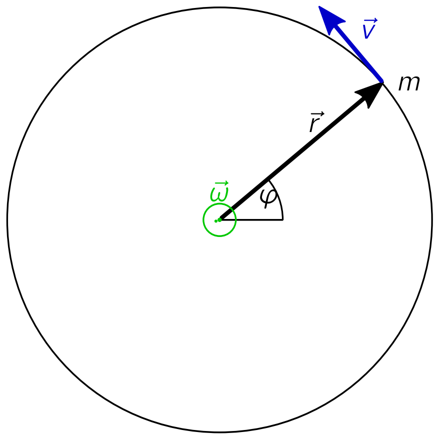

Abbildung 9: Darstellung der Rotation eines Massenpunkts m mit dem Abstand vom Symmetriezentrum $\vec{r}$, der Geschwindigkeit der Rotation $\vec{v}$ und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ (Grafik: M. Nielbock/HdA).

Stellt man die Bewegung eines solchen Satelliten in Polarkoordinaten r und φ dar (Abb. 8 und 9), so ergeben sich Terme, die sich in radiale und tangentiale Komponenten aufspalten (Tab. 3). Einer davon ist die Zentripetalbeschleunigung, die in Richtung des Kreismittelpunkts zeigt.

Tabelle 3: Beschleunigungsterme, die bei allgemeinen Bewegungen ausgedrückt in Polarkoordinaten auftreten können.

Term	mathematischer Ausdruck	Richtung
Radialbeschleunigung	$\ddot{r}$	positive r-Richtung
Zentripetalbeschleunigung	$r \cdot \dot{\varphi}^2$	negative r-Richtung
Coriolisbeschleunigung	$2 \cdot \dot{r} \cdot \dot{\varphi}$	positive φ-Richtung (tangential)
Eulerbeschleunigung	$r \cdot \ddot{\varphi}$	positive φ-Richtung (tangential)

Daraus ergibt sich eben jene Kraft, die Zentripetalkraft, die benötigt wird, um den Satelliten auf einer konstanten Umlaufbahn zu halten. Die Größe $\dot{\varphi}$ ist die zeitliche Ableitung der Winkelkoordinate φ und entspricht dem Betrag der Winkelgeschwindigkeit ω. Sie lässt auch schreiben als:

$$\omega = \frac{v}{r} \tag{12}$$

Bezugssystem und Scheinkräfte

Begibt man sich in das System des bewegten Objekts, also z. B. in die ISS, so nimmt man die eigene Bewegung nicht wahr. Ohne äußere Referenzpunkte lässt sich nicht beurteilen, ob man sich bewegt oder nicht. Und selbst mit solchen Punkten lässt sich nicht ohne weiteres sagen, ob sich die Punkte bewegen oder man sich selbst bewegt. Allerdings treten innerhalb eines beschleunigten Bezugssystems Kräfte auf, die scheinbar keine erkennbare Ursache haben. Diese werden offenbar, wenn man das beschleunigte System von Außen betrachtet. Von dort stellen sich diese sogenannten Scheinkräfte als ein Resultat der Massenträgheit des beschleunigten Objekts dar.

Ein mitbewegter Beobachter erfährt eine Beschleunigung, die ihn radial nach außen drängt. Tatsächlich liegt aber eine Beschleunigung zum Zentrum der Kreisbewegung vor, die Zentripetalbeschleunigung. Vom Betrag sind Zentripetal- und Zentrifugalbeschleunigung identisch. Sie wirken jedoch in entgegengesetzte Richtungen.

Aus dem beschleunigten, d. h. rotierenden Bezugssystem heraus lässt sich ebenfalls eine Beziehung zur anziehenden Gravitation herstellen. Das Argument lautet demnach, dass die Zentrifugalkraft für eine bestimmte Bahngeschwindigkeit in einem zu berechnenden Abstand vom Gravitationszentrum die wirkende Schwerkraft kompensiert.

Analogie: Kanonenkugel

Eine Satellitenbahn ist tatsächlich ein Spezialfall eines Wurfs parallel zur Erdoberfläche. Wenn man von einem hohen Berg eine Kanone abfeuert, hängt die erreichte Weite von der Geschwindigkeit ab, auf die man die Kugel horizontal – also parallel zur Erdoberfläche – beschleunigt. Am Ende wird sie aber unweigerlich zu Boden fallen. Ist die Geschwindigkeit jedoch groß genug, reicht die Erdbeschleunigung nicht mehr aus, um die Kugel auf eine ausreichend große Geschwindigkeit zum Erdboden hin abzulenken. Die Kugel fällt somit ständig um die Erde herum (Bahnen C und D in Abb. 10).

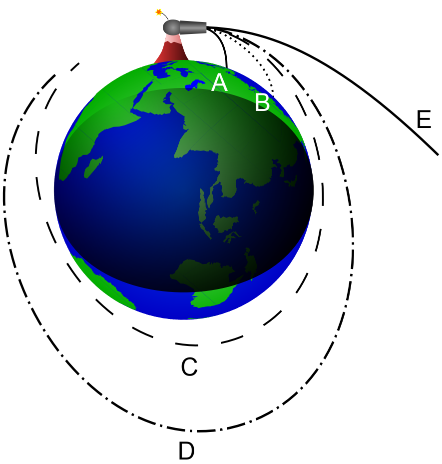

Abbildung 10: Ein Gedankenexperiment mit einer horizontal abgeschossenen Kanonenkugel, die bei genügend großer Anfangsgeschwindigkeit um die Erde kreist (Bild: Brian Brondel (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newton_Cannon.svg), https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/legalcode).

Zusätzliche Einflüsse auf die Bahn der ISS

Die bisherigen Betrachtungen gehen von idealen Voraussetzungen aus. In Wirklichkeit ist die Physik der Satellitenbahnen viel komplexer.

Das Schwerefeld der Erde ist nicht homogen. Das bedeutet, dass die Gravitation entlang einer Bahn gleichbleibender Höhe leicht schwankt. Das wirkt sich auf den realen Orbit der ISS aus. So sind weder die Bahnhöhe noch die Geschwindigkeit exakt konstant.

Weiterhin befinden sich in 400 km Höhe über der Erde noch einige Luftteilchen der Atmosphäre. Durch die Reibung bremsen sie die ISS und andere Satelliten. Daher nimmt die Geschwindigkeit der ISS mit der Zeit langsam ab und die Raumstation sinkt langsam. Deswegen nutzt man die Triebwerke der angedockten Raumschiffe regelmäßig, um die Bahngeschwindigkeit und die Bahnhöhe zu korrigieren.

Sonderfall geostationäre Bahn

Eine Reihe von Satelliten erfüllen Aufgaben, bei denen es notwendig ist, dass sie von einem gegebenen Ort auf der Erde stets sichtbar sind. So scheinen viele Telekommunikationssatelliten am Himmel still zu stehen. Nur so kann eine starre Ausrichtung beispielsweise auf Fernsehsatelliten gewährleistet werden. Solche Satelliten werden auch für die Kommunikation zwischen der ISS und der Erde benutzt.

Aber auch Wettersatelliten (Abb. 11), die stets dieselbe Region auf der Erde überwachen, befinden sich relativ zur Erdoberfläche immer an derselben Position. Die Bahn solcher Satelliten wird geostationärer Orbit genannt (Abb. 12).

Abbildung 11: Der Wettersatellit MSG-1 bei der Integration in die Trägerrakete (Bild: ESA/CNES-Service Optique CSG).

Charakteristisch daran ist, dass die Umlaufperiode der Satelliten derjenigen der Rotation der Erde gleicht. Die Rotationsperiode der Erde beträgt 23 Stunden 56 Minuten und 4,099 Sekunden und wird siderischer Tag genannt. Er unterscheidet sich vom bürgerlichen Tag, der sich an der Position der Sonne am Himmel orientiert. Da die Erde während eines Jahres um die Sonne umläuft, ist er etwas länger.

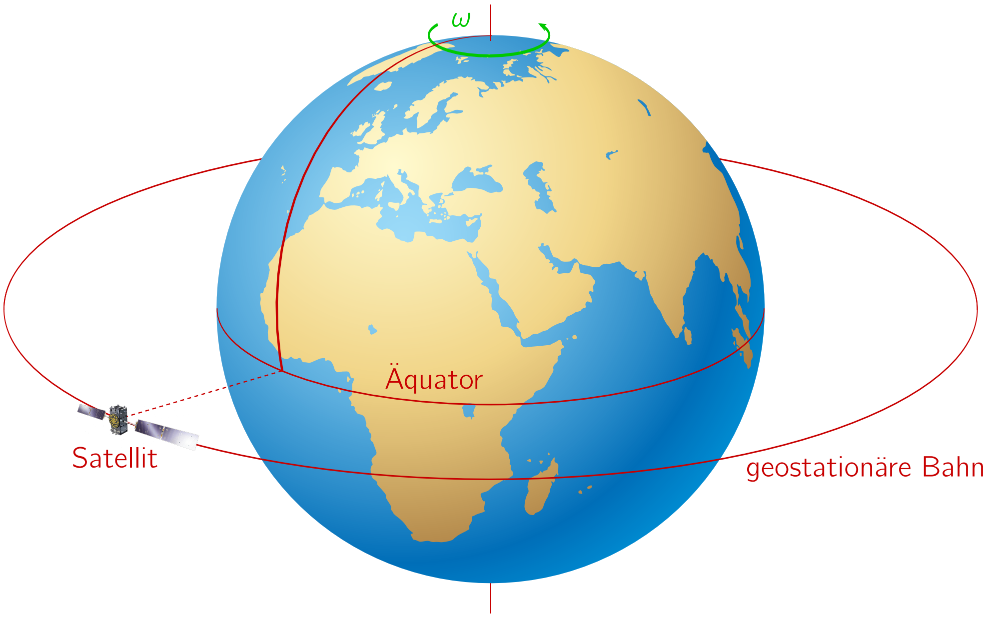

Abbildung 12: Position eines geostationären Satelliten über dem Erdäquator (nicht maßstäblich, Bild: M. Nielbock/HdA; ESA/ATG medialab).

Diese Unterrichtsmaterialien sind im Rahmen des Projekts *Raum für Bildung* am Haus der Astronomie in Heidelberg entstanden. Weitere Materialien des Projekts finden Sie unter:

http://www.haus-der-astronomie.de/raum-fuer-bildung und http://www.dlr.de/next

Das Projekt findet in Kooperation mit dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt statt und wird von der Joachim Herz Stiftung gefördert.